КОДВЕКТОРЫ
РАЗРЕЖЕННОЕ БИНАРНОЕ РАСПРЕДЕЛЕННОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ЧИСЛОВЫХ ДАННЫХ

Д.А. РАЧКОВСКИЙ

Монография

Киев
Интерсервис
2019

D.A. Rachkovskij. Codevectors: Sparse Binary Distributed Representations of Numerical Data. Kiev: Interservice, 2019. 200 p. (in Russian)

Abstract. The monograph is devoted to methods and algorithms for the formation of codevectors — sparse binary vector representations with an adjustable fraction of non-zero components. The considered codevectors are formed from the initial real-valued numerical vectors without using training. Codevectors can be used in machine learning for nonlinear classification and approximation, for estimating similarity measures and similarity search, etc.

The codevector format makes it possible to efficiently use them in matrix-type auto-associative memory, associative-projective neural networks and other algorithms specialized for such a format. Fast processing of codevectors can be performed using the computing infrastructure of search engines and specialized computational hardware, such as associative-projective neurocomputers.

For scientific and technical workers, programmers, graduate students, students and readers interested in neural network distributed data representation and new promising areas of computer science and artificial intelligence.

Д.А. Рачковский. Кодвекторы: Разреженное бинарное распределенное представление числовых данных. Киев: Интерсервис, 2019. 200 с.

Аннотация. Монография посвящена методам и алгоритмам формирования кодвекторов — разреженных бинарных векторных представлений с регулируемой долей единичных компонентов. Рассмотренные кодвекторы формируются из исходных вещественных числовых векторов без использования обучения. Кодвекторы могут применяться в задачах машинного обучения для нелинейной классификации и аппроксимации, для оценки мер сходства и поиска по сходству и др.

Формат кодвекторов дает возможность эффективно использовать их в автоассоциативной памяти матричного типа, ассоциативно-проективных нейронных сетях и других алгоритмах, специализированных для такого формата. Быстрая обработка кодвекторов может выполняться с помощью вычислительной инфраструктуры поисковых систем и специализированных вычислительных средств, таких как ассоциативно-проективные нейрокомпьютеры.

Для научно-технических работников, программистов, аспирантов, студентов и читателей, интересующихся нейросетевым распределенным представлением данных, новыми перспективными направлениями информатики и искусственного интеллекта.

Д.А. Рачковський. Кодвектори: Розріджене бінарне розподілене подання числових даних. Київ: Інтерсервіс, 2019. 200 с. (російською мовою)

Анотація. Монографію присвячено методам і алгоритмам формування кодвекторів — розріджених бінарних векторних подань з регульованою часткою одиничних компонентів. Розглянуті кодвектори формують з вхідних дійсних числових векторів без використання навчання. Кодвектори можуть застосовуватися в завданнях машинного навчання для нелінійної класифікації та апроксимації, для оцінювання мір схожості та пошуку за схожістю тощо.

Формат кодвекторов дає можливість ефективно використовувати їх в автоасоціативній пам'яті матричного типу, асоціативно-проективних нейронних мережах та інших алгоритмах, спеціалізованих для такого формату. Швидке оброблення кодвекторов може виконуватися за допомогою обчислювальної інфраструктури пошукових систем і спеціалізованих обчислювальних засобів, таких як асоціативно-проективні нейрокомп'ютери.

Для науково-технічних працівників, програмістів, аспірантів, студентів та читачів, які цікавляться нейромережевим розподіленим поданням даних, новими перспективними напрямами інформатики та штучного інтелекту.

Предисловие

Одним из наиболее распространенных типов представления данных является векторное представление, при котором объекту соответствует числовой вектор, т.е. совокупность компонентов вектора, которые принимают числовые значения.

Величина сходства двух векторов определяется некоторой мерой (функцией) сходства. Примерами мер сходства векторов являются их скалярное произведение, косинус угла и др. Широко распространены меры несходства (расстояния) векторов, такие как евклидово и манхэттенское расстояния, угол между векторами и др.

В приведенных примерах мера сходства или расстояния определена между двумя векторами одинаковой размерности, т.е. с одинаковым количеством компонентов. Причем компоненты с одинаковым номером должны иметь одинаковый «смысл» — в частности, соответствовать величине признака объекта, за который отвечает компонент вектора. Так, скалярное произведение векторов вычисляется как сумма произведений их соответствующих компонентов, а евклидово расстояние — как квадратный корень из суммы квадратов разности компонентов. Поэтому сложность (т.е. время) вычисления приведенных мер линейно зависит от размерности векторов и является значительно меньшей, чем сложность вычисления мер сходства для других типов представлений объектов. Например, время вычисления расстояния редактирования между двумя строками квадратично зависит от их размера, а между двумя графами — экспоненциально.

Быстрое вычисление и оценка сходства востребованы во многих задачах. Например, поиск по сходству, т.е. поиск сходных с объектом-запросом объектов базы, используется для доступа к информации в информационно-поисковых системах, включая поиск в Интернет. На основе сходства решают задачи кластеризации.

Полученные поиском по сходству данные могут служить источником дополнительной информации о входном объекте-запросе. Для решения задачи определения принадлежности объекта-запроса к некоторому классу широко используют метод классификации ближайшего соседа, присваивающий объекту-запросу тот же класс, к которому принадлежат сходные с ним объекты. Аналогичным способом решают задачи аппроксимации и другие задачи подобного типа.

Метод ближайшего соседа можно рассматривать как разновидность «рассуждений на основе примеров» (example based reasoning) — универсального подхода, который человек использует для решения как рутинных, так и интеллектуальных задач. Этот подход позволяет прогнозировать в исследуемом объекте, ситуации, или процессе наличие неизвестных свойств, отношений, причинно-следственных связей и т.п. на основе фактов их существования в похожих объектах. Моделирование различных аспектов рассуждений на основе примеров уже используется в интеллектуальных информационных технологиях и является перспективным направлением при создании искусственного интеллекта.

Векторные представления объектов эффективно применяются не только для быстрой оценки сходства и в алгоритмах, основанных на расстояниях/сходствах. Для векторов разработан целый арсенал алгоритмов, таких как статистическое распознавание образов, линейные и нелинейные алгоритмы классификации и аппроксимации, индексные структуры быстрого поиска по сходству, отбор информативных признаков и др.

Типичным примером «векторных» методов являются линейные модели. В них путем обучения на выборке данных находят вектор параметров (весов), скалярное произведение которого с вектором аргументов (представлением объекта) аппроксимирует значение функции в задачах линейной классификации или регрессии.

Если скалярное произведение векторов аппроксимирует значение некоторого ядерного сходства между исходными объектами, то векторы могут применяться для обучения линейных моделей решению задач классификации, аппроксимации и др., вместо использования нелинейных ядерных методов. Например, вместо классификации или аппроксимации с помощью метода опорных векторов SVM с нелинейным ядром может применяться линейная модель, что обеспечивает меньшую вычислительную сложность обучения при сохранении высокой точности результатов нелинейного SVM.

Если объекты исходно представлены векторами большой размерности, например, с компонентами — вещественными числами, то вычислительная сложность обработки может быть недопустимо большой. Один из путей уменьшения вычислительных затрат заключается в формировании векторов малой размерности, результаты обработки которых близки к результатам для исходных векторов. Методы формирования векторов малой размерности из векторов большой размерности на основе операции умножения на матрицу с элементами — реализациями случайных величин из некоторых распределений — рассмотрены в [306]. Отметим, что итоговые векторные представления с подобными свойствами могут быть сформированы не только из векторов, но и из невекторных исходных представлений (например, из строк, графов и др.).

Особое место занимают векторы с бинарными компонентами (с компонентами, принимающими значения 0 или 1). Если из исходных объектов удается получить бинарные векторы, обладающие нужными свойствами, то ускорения обработки и экономии памяти на представление и хранение можно добиться даже без снижения размерности исходных векторов, а лишь за счет большей эффективности представления и операций с бинарными векторами. Кроме того, для эффективной обработки бинарных векторов большой размерности уже разработаны и продолжают создаваться специализированные аппаратные средства, — например, на основе ПЛИС, а также мемристорных чипов и других перспективных нанотехнологий [248], [109], [244], [99], [130], [222], [280].

Отдельным видом бинарных векторов являются разреженные бинарные векторы, т.е. векторы с малой долей единичных компонентов. Некоторые специализированные методы обработки данных разработаны именно для таких векторов. Например, автоассоциативная память матричного типа (нейронные сети Виллшоу и Хопфилда с надлежащей модификацией) для разреженных случайных бинарных векторов позволяет запомнить и восстановить значительно большее количество таких векторов, чем «обычных» («плотных», т.е. бинарных векторов с одинаковой долей нулевых и единичных компонентов). Архитектура ассоциативно-проективных нейронных сетей [146], [147], [304], [298], [212], предназначенная для решения широкого круга задач искусственного интеллекта, разработана для оперирования представлениями объектов в виде разреженных бинарных векторов. Для разреженных бинарных векторов создан специализированный алгоритм метода опорных векторов [59]. Эффективные специализированные программно-аппаратные средства для быстрой обработки таких векторов разработаны в [146], [147], [295], [95]. На обработку векторов именно такого формата ориентирована вычислительная инфраструктура поисковых систем [57]. Предполагается, что распределенные представления могут иметь свои аналоги в нейросетевом представлении информации в мозге человека.

Таким образом, актуальной проблемой является создание методов преобразования исходных представлений объектов в разреженные бинарные кодвекторы, сохраняющие или преобразующие сходство исходных объектов и позволяющие решать прикладные задачи для исходных объектов. Получаемые бинарные разреженные векторы мы называем кодвекторами.

В монографии рассмотрены методы преобразования в кодвекторы исходных данных в виде числовых векторов с вещественными компонентами. Сходство кодвекторов вычисляется на основе скалярного произведения (с различными нормировками). Поэтому сходство кодвекторов является ядерным сходством и может использоваться в ядерных методах. Кодвекторы получают нелинейным преобразованием исходных векторов, благодаря чему становится возможным решение задач классификации и аппроксимации, нелинейных относительно исходных векторов.

В ряде случаев удается точно вычислить значение ядерного сходства исходных векторов, которое аппроксимируют кодвекторы, и можно использовать его, а не сами кодвекторы, в ядерных методах. Однако, как уже отмечалось, непосредственное использование кодвекторов в линейных методах может быть вычислительно более эффективным для большого количества векторов. При этом результаты сравнимы по качеству с нелинейными ядерными методами.

Рассмотренные методы формирования кодвекторов не зависят от других преобразуемых объектов, т.е. являются «забывчивыми». Это обеспечивается применением рандомизированных алгоритмов формирования кодвекторов.

Книга состоит из четырех глав.

В главе 1 вводятся основные понятия, используемые в области векторных представлений объектов и оценки их сходства. Даны определения метрических и векторных пространств. Приведены широко распространенные меры сходства/расстояния вещественных и бинарных векторов. Рассмотрены источники получения векторных представлений большой размерности из исходных данных. Представлены подходы к формированию из таких векторов преобразованных векторных представлений, которые получили название «вложений» и «скетчей». Вложения и скетчи позволяют быстро, хотя и в большинстве случаев приближенно, оценить меры сходства/расстояния исходных представлений. Также рассмотрены распределенные и локальные векторные представления данных, их преимущества и недостатки; архитектура ассоциативно-проективных нейронных сетей и кодвекторы. Изложен общий подход к формированию кодвекторов и оцениванию по ним сходства исходных объектов.

В последующих главах рассмотрены разработанные методы формирования кодвекторов трех типов для представления исходных векторов с числовыми компонентами в виде кодвекторов регулируемой разреженности.

Глава 2 посвящена методам формирования кодвекторов с помощью гиперпрямоугольных рецептивных полей. Каждому компоненту кодвектора соответствует свое гиперпрямоугольное рецептивное поле во входном пространстве. Его положение и размеры выбираются случайно и затем фиксируются. Компонент кодвектора устанавливают в единичное значение, если входной вектор находится в рецептивном поле. Степень разреженности кодвектора и характер сохранения сходства регулируется параметром размерности рецептивных полей (количеством измерений входного пространства, на которые реагирует поле) и параметром их размера (максимальной протяженностью поля в одном измерении).

В главе 3 изложены композиционные методы формирования кодвекторов, которые конструируют итоговые кодвекторы из бинарных разреженных кодвекторов, отражающих сходство соответствующих скаляров — компонентов исходных векторов. Степень разреженности и характер сохранения сходства регулируют, генерируя кодвекторы компонентов с нужными значениями параметров. Отметим, что механизмы композиционных методов и используемая в них процедура связывания контекстно-зависимым прореживанием могут также применяться для кодвекторного представления сложно-структурированных данных.

В главе 4 представлены методы формирования кодвекторов случайным проецированием исходных векторов с последующей бинаризацией пороговой операцией с положительной величиной порога. Степень разреженности кодвекторов и характер сохранения ими сходства исходных векторов модифицируются изменением величины порога.

Для методов всех трех предложенных типов исследованы характеристики формируемых кодвекторов.

Многие методы и алгоритмы описаны достаточно подробно для их программной реализации подготовленным читателем. Для некоторых алгоритмов приведены сравнительные результаты экспериментальных исследований.

Материал монографии и библиография могут использоваться при разработке учебных курсов по информатике, анализу «больших данных», искусственному интеллекту, искусственным нейронным сетям, распределенному представлению данных.

Автор глубоко благодарен за плодотворные обсуждения и советы Л.М. Касаткиной и С.В. Слипченко, А.Д. Гольцеву, Л.М. Козак, В.В. Луковичу, Е.Г. Ревуновой и А.А. Фролову, A. Andoni, И.С. Мисуно и А.М. Соколову, а также рецензентам.

Заключение

В книге рассмотрены методы формирования бинарных разреженных векторов (кодвекторов), меры сходства которых (на основе скалярного произведения) отражают сходство исходных объектов. Такие кодвекторы могут эффективно использоваться в ряде специализированных методов, а также считаются нейробиологически релевантными (относятся к нейросетевым распределенным представлениям).

Для исходных объектов — векторов с числовыми компонентами — разработаны три типа методов формирования кодвекторов: методы, явно использующие гиперпрямоугольные рецептивные поля (глава 2); композиционные методы, формирующие кодвекторы векторов из кодвекторов компонентов (глава 3); методы, применяющие случайное проецирование с порогом (глава 4).

Обсудим и сравним общие черты и отличия трех типов методов, продуцирующих бинарные разреженные кодвекторы из векторных числовых данных.

Формирование кодвектора с использованием суммы векторов. Для всех трех типов методов процедуру формирования итогового кодвектора можно рассматривать как выполнение суммирования векторов, которые генерируются из исходного вектора, с последующей бинаризацией. Размерность каждого из суммируемых векторов равна размерности кодвектора. В результате бинаризации компоненты кодвектора принимают нулевые и единичные значения. Бинаризация может выполняться, например, покомпонентной пороговой операцией или более сложно, с учетом и других компонентов векторов, как в контекстно-зависимом прореживании CDT.

В методах случайного проецирования суммируются столбцы случайной матрицы, взвешенные значениями соответствующих им компонентов входного вектора. Затем полученный вектор подвергается пороговому преобразованию.

В методах рецептивных полей суммируются бинарные векторы. Размерность каждого бинарного вектора равна количеству рецептивных полей, т.е. размерности кодвектора. Каждый бинарный вектор соответствует одному компоненту входного вектора. Компоненты бинарного вектора устанавливаются в единичное состояние при попадании значения компонента входного вещественного вектора в одномерное рецептивное поле, соответствующее компоненту бинарного вектора. Пороговое значение, используемое для бинаризации каждого компонента кодвектора, равно реальной размерности многомерного рецептивного поля этого компонента.

В композиционных методах применяется покомпонентная дизъюнкция кодвекторов, соответствующих значениям компонентов исходного вектора. Это эквивалентно суммированию (бинарных) компонентов с последующей бинаризацией получившегося вектора с единичным порогом. Для связывания кодвекторов конъюнкцией используется порог, равный количеству связываемых кодвекторов. Для связывания посредством процедуры контекстно-зависимого прореживания CDT применяется более сложная нелинейная операция.

Отметим, что проекционные методы для формирования кодвекторов требуют умножения (или сложения) чисел с плавающей точкой. Методы гиперпрямоугольных рецептивных полей требуют сравнения чисел с плавающей точкой. Композиционные методы (после дискретизации входного вектора) используют только операции над компонентами бинарных векторов.

Компоненты кодвектора как признаки. Компоненты кодвектора можно интерпретировать как бинарные признаки — индикаторы принадлежности (и отсутствия принадлежности) входного вектора некоторой области пространства — рецептивному полю.

В методах на основе случайного проецирования компонент кодвектора (признак) является индикатором принадлежности входного вектора конусу с осью, задаваемой вектором-строкой случайной матрицы, и углом раствора, задаваемым значением порога бинаризации компонентов вещественного вектора, полученного случайным проецированием.

В методах гиперпрямоугольных рецептивных полей область единичного компонента кодвектора (признака) задается непосредственно границами в каждом входном измерении. Оба типа методов имеют связные выпуклые области рецептивных полей признаков.

В композиционных методах границы рецептивных полей можно считать параллельными осям координат, как и для гиперпрямоугольных рецептивных полей, однако поля имеют сложную форму, в общем случае невыпуклую и несвязную.

Формат исходных векторов. В методе случайного проецирования по кодвекторам оценивают косинус угла, поэтому входные векторы могут быть нормированы к единичной евклидовой норме (можно также учитывать норму при выборе порога бинаризации, чтобы получить такой же кодвектор, как и для нормированного входного вектора). Разреженность входных векторов ускоряет выполнение их преобразования в кодвекторы — нулевые компоненты не изменяют результат умножения вектора на случайную матрицу, поэтому могут не обрабатываться.

В методах рецептивных полей вещественные компоненты векторов нормируют так, чтобы они находились в фиксированном (единичном) интервале [0, 1]. В композиционных методах этот интервал квантуют. Отметим, что для некоторых задач нормирование компонентов целесообразно проводить не индивидуально, а сохраняя относительный масштаб величин всех компонентов. Эти два типа методов не учитывают возможной разреженности входных векторов: нулевые (или малые) значения компонентов используются при формировании кодвекторов точно так же, как ненулевые (большие).

Оценка сходства исходных векторов по кодвекторам. Кодвекторы, полученные методом случайного проецирования, позволяют оценить косинус угла и угол между входными векторами. Знание норм входных векторов позволяет также оценить скалярное произведение и евклидово расстояние.

В методах рецептивных полей мера сходства входных векторов, оцениваемая по кодвекторам, зависит от методов генерации полей и их параметров, а в композиционных методах — от способов и параметров формирования кодвекторов из исходных скаляров и векторов. Как видно из рисунков главы 4, перекрытие кодвекторов аппроксимирует обратную функцию величины расстояния Минковского между исходными векторами с различными показателями степени, не превышающими 1.

Крутизна характеристики перекрытия кодвекторов (скорость убывания величины перекрытия кодвекторов при уменьшении сходства представляемых кодвекторами входных векторов) может регулироваться параметрами методов формирования кодвекторов. В методах всех трех типов крутизна характеристики относительного перекрытия больше для кодвекторов с меньшей плотностью. Плотность кодвекторов регулируется размером рецептивных полей.

В методе случайного проецирования увеличение порога бинаризации уменьшает размеры «конусного» рецептивного поля и плотность кодвекторов, при этом увеличивается крутизна относительного перекрытия. При угле между векторами около 90° относительное перекрытие снижается до величины, характерной для случайных векторов (и далее снижается при увеличении угла до 180°).

В методах рецептивных полей и композиционных методах диапазон изменения каждого компонента входного вектора ограничен. В методе рецептивных полей размер рецептивных полей регулируется параметрами максимального размера полустороны одномерного поля G и максимальной размерности полей S. При увеличении максимальной размерности полей S и сохранении постоянной величины максимальной полустороны одномерного поля G, размер (объем) полей может только уменьшаться, поскольку в новых измерениях поля его одномерная сторона не может увеличиваться относительно исходного максимального (единичного) значения. Соответственно, уменьшается плотность кодвекторов и перекрытие кодвекторов. Отметим, что перекрытие кодвекторов двух точек (векторов) исходного многомерного пространства может стать нулевым — например, если вторая точка получена смещением исходной точки на величину более $2G$ по всем измерениям.

С другой стороны, некоторые поля могут быть всегда активными, т.е. перекрывать все пространство — например, для больших G.

Чтобы сохранить плотность кодвекторов при увеличении S, следует увеличить G для сохранения среднего объема полей. При этом количество границ полей в отдельных измерениях снижается, увеличивается размер полей, а также их перекрытие. Таким образом, при фиксированной плотности характеристика относительного перекрытия кодвекторов (относительно центральной точки пространства) с ростом S становится менее крутой.

В композиционных методах плотность и относительное перекрытие итоговых кодвекторов определяется плотностью кодвекторов компонентов, а также глубиной прореживания (для метода объединения дизъюнкцией с прореживанием, аналогично и для других методов). Отметим, что в отличие от двух других типов методов, здесь некоторые компоненты итогового кодвектора могут никогда не принимать единичное значение (например, нулевые компоненты кодвектора, который получен дизъюнкцией кодвекторов всех градаций всех компонентов).

Пусть кодвекторы компонентов объединяются дизъюнкцией, и в каждом таком кодвекторе имеется M единиц. При изменении величины одного компонента входного вектора (и неизменных остальных компонентах этого вектора) не более M компонентов итогового кодвектора меняют состояние с единичного на нулевое. Около $M(D-1)$ единичных компонентов не меняются (при $M/d \ll 1$, где D — размерность исходного вектора, d — размерность кодвектора). Поэтому даже при максимальном изменении величины одного компонента входного вектора (диапазон возможных изменений ограничен), и при неизменных остальных компонентах, относительное перекрытие кодвекторов исходного и итогового векторов уменьшается мало для значительных величин D. Если используется связывание кодвекторов компонентов, то объем рецептивных полей и плотность кодвектора уменьшаются, характеристика относительного перекрытия становится круче (крутизна увеличивается при увеличении глубины прореживания итоговых кодвекторов процедурой CDT).

Размерность входных векторов и кодвекторов. Методы случайного проецирования позволяют преобразовывать в кодвекторы

векторы большой размерности D, включая разреженные. Более того, не гарантируется, что при малой размерности входных векторов реальные характеристики будут соответствовать результатам теоретического анализа, особенно для разреженных негауссовых случайных матриц. Кодвекторы могут иметь размерность, большую или меньшую, чем входные векторы.

При формировании кодвекторов методами рецептивных полей близость их характеристик к теоретическим (которые соответствуют $d \to \infty$) легче обеспечить для входных векторов малой размерности D при малой размерности рецептивных полей S. Это обусловлено тем, что количество различных конфигураций полей растет пропорционально C_D^S, и тем, что каждая конфигурация должна иметь различные реализации. Поэтому требуется увеличение количества рецептивных полей и соответствующей размерности кодвекторов $d >> C_D^S$. При решении задач классификации использовались базы векторов размерности D, не превосходящей десятки, максимум сотни. Случай бóльших значений D требует дальнейшего исследования.

Для композиционных методов каждый компонент исходного вектора представлен своим кодвектором, кодвектор всего исходного вектора формируется из кодвекторов компонентов. При этом используются операции связывания, которые уменьшают количество единиц в кодвекторах. Если требуется сохранить информацию о значениях компонентов исходного вектора (например, для декодирования), в итоговом кодвекторе должно сохраниться достаточное количество единиц от кодвектора каждого компонента. Поэтому количество единиц в кодвекторах компонентов должно быть достаточно большим, то есть размерность кодвекторов, особенно с учетом их разреженности, должна быть велика. Кроме того, для заметного вклада каждого из компонентов в итоговый разреженный кодвектор размерность исходного вектора должна быть сравнительно малой.

С увеличением размерности кодвекторов (при фиксированных других параметрах) оценка сходства кодвекторов по их реализации приближается к математическому ожиданию, которое, в свою очередь, соответствует некоторой мере сходства/расстояния входных векторов. Аналогичный результат получается при увеличении количества кодвекторов, по которым усредняется значение сходства.

Нелинейность преобразования и ядерная функция сходства. Методы формирования кодвекторов выделением бинарных признаков, к которым относятся все три типа рассмотренных методов, реализуют нелинейное преобразование входного пространства. Это позволяет использовать линейные модели с кодвекторами для решения нелинейных задач в исходном векторном пространстве — например, для решения задач классификации с нелинейными областями классов во входном пространстве с помощью линейных классификаторов.

Скалярное произведение кодвекторов является, по определению, ядерной функцией, поэтому может использоваться в ядерных методах, таких как метод опорных векторов SVM. Для каждой реализации кодвекторов величина их скалярного произведения аппроксимирует ядерную функцию сходства, соответствующую м.о. перекрытия кодвекторов. Значение этой ядерной функции в ряде случаев удалось вычислить аналитически.

Отметим, что если имеются входные векторы, точно представляющие или аппроксимирующие своим скалярным произведением некоторые ядерные сходства (например, между графами [239], [250], [49], [80], [69], [138], и т.п.), то их преобразование в кодвекторы аппроксимирует другие (новые) ядра от исходных представлений объектов.

Декодирование. Восстановление исходного вектора по кодвектору (декодирование) требует знания методов и параметров, которые использовались для получения кодвектора. Точность декодирования для конкретной процедуры декодирования растет с увеличением размерности кодвекторов.

Для методов случайного проецирования и рецептивных полей декодирование может выполняться нахождением пересечения рецептивных полей всех единичных компонентов кодвекторов, что дает выпуклую область, которой принадлежит входной вектор. Для метода гиперпрямоугольных рецептивных полей сравнение границ полей в отдельных измерениях позволяет легко получить значения координат этой гиперпрямоугольной области. Более точное декодирование (меньший размер области вектора) можно получить исключением областей, соответствующих нулевым компонентам кодвекторов. Однако в этом случае область, которой принадлежит вектор, в общем случае оказывается невыпуклой и несвязной. Такое декодирование выполняется без ошибок — в том смысле, что входной вектор обязательно принадлежит полученной области.

Декодирование для композиционных методов обычно выполняется по максимальному перекрытию кодвектора с кодвекторами величин компонентов. Для кодвекторов с достаточно большим количеством единиц такое декодирование в большинстве случаев дает одно значение каждого целочисленного компонента, но возможно и несколько значений, если перекрытие с несколькими кодвекторами имеет одинаковую величину. Полученные декодированием значения компонентов могут не соответствовать компонентам исходного вектора, хотя при несовпадении отличия обычно малы.

Отметим, что полученные характеристики кодвекторов предоставляют большие возможности для анализа, которыми еще не удалось воспользоваться в полной мере.

Представление сложно-структурированных данных. Оперирование структурами считается более высокой ступенью обработки данных для человеческого интеллекта и компьютеров. Так, способность проводить более сложные аналогии, требующие анализа иерархических систем отношений, появляется у детей, начиная с определенного возраста, см. ссылки в [216].

Анализ обработки структур показывает, что:

— оперирование структурами требует прослеживания связей или указателей;

— сходство структур определяется сложными, зачастую переборными алгоритмами;

— меры сходства часто не учитывают степень сходства элементов структур, либо учитывают только совпадение или различие имен элементов;

— оперирование структурами и числами рассматриваются как отдельные самостоятельные направления.

Однако часто требуется соединять информацию о структуре и числовых значениях. Например, вершины графов могут представлять объекты, которые отличаются не только символьным именем, но могут иметь свое векторное представление (вектор числовых признаков). Более того, замена представления объекта именем являет собой отрыв от семантической основы, который многие считают ахиллесовой пятой традиционного искусственного интеллекта.

Возникает вопрос, нельзя ли превратить структуру в вектор, доступный для последующего эффективного оперирования, с сохранением в нем полезной информации как о структуре, так и о представлениях объектов в виде числовых векторов. В последние годы предложен ряд подходов к представлению графов векторами [78], [49], [69], [138].

Нами разработаны подходы преобразования сложно-структурированных данных в кодвекторы [200], [201], [257], [216], [97], которые позволяют сохранить в кодвекторах полезную информацию о структуре и семантике, и использовать полученные кодвекторы для оценки сходства реляционных структур. Примером таких сложно-структурированных данных являются иерархические структуры с системой вложенных отношений, которые можно рассматривать как графы. Предложенные методы относятся к типу композиционных (глава 3).

Элементы отношений (их имена, роли, аргументы) исходно представлены кодвекторами. Для формирования кодвекторов отношений с сохранением информации о структуре используются операции связывания — главным образом, контекстно-зависимым прореживанием. Из кодвекторов отношений рекурсивно формируются кодвекторы сложных иерархических реляционных структур данных. Все кодвекторы имеют одинаковую размерность. Сходство кодвекторов сходных сложно-структурированных данных обеспечивается сходством кодвекторов их элементов и свойствами операций связывания. В качестве элементов могут использоваться числовые векторы, представленные кодвекторами.

Формирование кодвекторов графов, которыми представляют эпизоды баз знаний, применяемые при моделировании рассуждений по аналогии, рассмотрено в [200], [201], [257], [216], [97]. Показано, что сходство эпизодов, определяемое по кодвекторам [216], соответствует сходству, воспринимаемому людьми при решении задачи поиска аналогичных эпизодов в памяти [70]. Определяемое по кодвекторам сходство может также использоваться для нахождения соответствующих фрагментов двух эпизодов (analogical mapping) [71], [201], [257]. Дальнейшие исследования в этом области являются перспективным направлением на пути к созданию искусственного интеллекта.

References

1. Abraham I., Bartal Y., Neiman O. Advances in metric embedding theory. *Advances in Mathematics*. 2011. Vol. 228, N 6. P. 3026–3126.

2. Achlioptas D. Database-friendly random projections: Johnson-Lindenstrauss with binary coins. *Journal of Computer and System Sciences*. 2003. Vol. 66, N 4. P. 671–687.

3. Aggarwal C.C. An introduction to frequent pattern mining. In: Frequent Pattern Mining. Edited by C.C. Aggarwal, J. Han. Basel: Springer, 2014. P. 1–18.

4. Ahmad S., Hawkins J. How do neurons operate on sparse distributed representations? A mathematical theory of sparsity, neurons and active dendrites. *arXiv:1601.00720*. 13 May 2016.

5. Ahn K.J., Guha S., McGregor A. Graph Sketches: Sparsification, spanners, and subgraphs *Proc. PODS'12*. 2012. P. 5–14.

6. Aizerman M.A., Braverman E.M., Rozonoer L.I. Theoretical foundations of the potential function method in pattern recognition learning. *Automation and Remote Control*. 1964. Vol. 25. P. 821–837.

7. Alahi A., Ortiz R., Vandergheynst P. Freak: Fast retina keypoint. *Proc. CVPR'12*. 2012. P. 510–517.

8. Albus J.S. Data storage in the cerebellar model articulation controller (CMAC). *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*. 1975. Vol. 97, N 3. P. 228–233.

9. Alemdar H., Leroy V., Prost-Boucle A., Petrot F. Ternary neural networks for resource-efficient AI applications. *Proc. IJCNN'17*. 2017. P. 2547–2554.

10. Amosov N.M. Modelling of thinking and the mind. New York: Spartan Books, 1967.192 p.

11. Amosov N.M. Kasatkin A.M., Kasatkina L.M., Kussul E.M., Talaev S.A., Fomenko V.D. Intelligent behaviour systems based on semantic networks. *Kybernetes*. 1973. Vol. 2, N 4. P. 211–216.

12. Amosov N.M. Kussul E.M., Fomenko V.D. Transport robot with a neural network control system. *Advance papers of the Fourth Intern. Joint Conference on Artificial intelligence*. 1975. Vol. 9. P. 1–10.

13. Andoni A. Nearest Neighbor Search: the Old, the New, and the Impossible. PhD thesis. Massachusetts Institute of Technology. 2009.

14. Andoni A., Indyk P. Near-optimal hashing algorithms for approximate nearest neighbor in high dimensions. *Communications of the ACM*. 2008. Vol. 51, N 1. P. 117–122.

15. Andoni A., Krauthgamer R., Razenshteyn I.P. Sketching and embedding are equivalent for norms. *Siam J. Comput*. 2018. Vol. 47, N 3. P. 890–916.

16. Andoni A., Razenshteyn I.P. Dimension Reduction. COMS W6998-5: Algorithms through Geometric Lens (Fall’17). Scribes: K. Vodrahalli. 2017. 5 pp.

17. Anisimov A.V., Marchenko O.O., Nasirov E.I. Block-diagonal approach to non-negative factorization of sparse linguistic matrices and tensors of extra-large dimension using the latent Dirichlet distribution. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2018. Vol. 54, N 6. P. 853–859.

18. Anisimov A., Marchenko O., Taranukha V., Vozniuk T. Semantic and syntactic model of natural language based on non-negative matrix and tensor factorization. *Proc. NLP'14*. 2014. P. 177–184.

19. Arbib M.A. The Handbook of Brain Theory and Neural Networks. Cambridge, MA: The MIT Press, 2003. 1136 p.

20. Babenko A., Slesarev A., Chigorin A., Lempitsky V. Neural codes for image retrieval. *Proc. ECCV'14*. 2014. P. 584–599.

21. Baidyk T, Kussul E., Makeyev O., Vega A. Limited receptive area neural classifier based image recognition in micromechanics and agriculture. *International Journal of Applied Mathematics and Informatics*. 2008.Vol. 2, N 3. P. 96–103.

22. Baydyk T., Kussul E., Hernandez Acosta M. LIRA neural network application for microcomponent measurement. *International Journal of Applied Mathematics and Informatics*. Vol.6, N 4. 2012. P.173–180.

23. Batu T., Ergun F., Sahinalp C. Oblivious string embeddings and edit distance approximations. *Proc. SODA'06*. 2006. P. 792–801.

24. Becker A., Ducas L., Gama N., Laarhoven T. New directions in nearest neighbor searching with applications to lattice sieving. *Proc. SODA'16*. 2016. P. 10–24.

25. Belazzougui D., Zhang Q. Edit distance: Sketching, streaming and document exchange. *Proc. FOCS'16*. 2016. P. 51–60.

26. Bentkus V. A Lyapunov type bound in R^d. *Theory of Probability & Its Applications*. 2005. Vol. 49. P. 311–323.

27. Berend G. Sparse coding of neural word embeddings for multilingual sequence labeling. *Transactions of the Association for Computational Linguistics*. 2017. Vol. 5. P. 247–261.

28. Berry A.C. The accuracy of the Gaussian approximation to the sum of independent variates. *Transactions of the American Mathematical Society*. 1941. Vol. 49, N 1. P. 122–136.

29. Bhattacharya R.N., Holmes S. An exposition of Gotze's estimation of the rate of convergence in the multivariate central limit theorem. *arXiv:1003.4254*. 22 Mar 2010.

30. Bodyanskiy Y., Boiko O., Zaychenko Y., Hamidov G. Evolving hybrid GMDH-Neuro-Fuzzy network and its applications. *Proc. SAIC'18*. 2018. P. 1–6.

31. Broder A.Z. On the resemblance and containment of documents. *Proc. SEQUENCES'97*. 1997. P. 21–29.

32. Broder A.Z., Charikar M., Frieze A.M., Mitzenmacher M. Min-wise independent permutations. *J. Comput. System Sci*. 1998. Vol. 60. P. 327–336.

33. Broder A.Z., Glassman S.C., Manasse M.S., Zweig G. Syntactic clustering of the web. *Computer Networks and ISDN Systems*. 1997. Vol. 29, N 8-13. P. 1157–1166.

34. Brinkman B., Charikar M. On the impossibility of dimension reduction in l_1. *Journal of the ACM*. 2005. Vol. 52, N 5. P. 766–788.

35. Calonder M., Lepetit V., Strecha C., Fua P. Brief: Binary robust independent elementary features. *Proc. ECCV'10*. 2010. P. 778–792.

36. Chandrasekaran V., Recht B., Parrilo P.A. Willsky A.S. The convex geometry of linear inverse problems. *Foundations of Computational Mathematics*. 2012. Vol. 12, N 6. P. 805–849. см. P. 817.

37. Chang C.-C., Lin. C.-J. LIBSVM: A library for support vector machines. ACM Transactions on Intelligent Systems and Technology. 2011. Vol. 2, N 3. P. 27:1–27:27.

38. Charikar M. Similarity estimation techniques from rounding algorithms. *Proc. STOC'02*. 2002. P. 380–388.

39. Charikar M., Sahai A. Dimension reduction in the $\ell 1$ norm. *Proc. FOCS'02*. 2002. P. 551–560.

40. Chen L.H.Y., Fang X. Multivariate normal approximation by Stein's method: the concentration inequality approach. *arXiv:1111.4073*. 16 May 2015.

41. Cheng H. Sparse Representation, Modeling and Learning in Visual Recognition. Theory, Algorithms and Applications. London: Springer, 2015. 257 p.

42. Chernodub A., Nowicki D. Sampling-based gradient regularization for capturing long-term dependencies in recurrent neural networks. *Proc. ICONIP'16*. 2016. P. 90–97.

43. Choromanska A., Choromanski K., Bojarski M., Jebara T., Kumar S., LeCun Y. Binary embeddings with structured hashed projections. *Proc. ICML'16*. 2016. P. 344–353.

44. Clarke T.J.W., Prager R.W., Fallside F. The modified Kanerva model: theory and results for real-time word recognition. *Proceedings of the IEEE*. 1991. Vol. 138, N 1. P. 25–31.

45. Clarkson K.L. Nearest-neighbor searching and metric space dimensions. In: Nearest Neighbor Methods for Learning and Vision: Theory and Practice. Edited by G. Shakhnarovich, T. Darrell, P. Indyk. Cambridge, MA: MIT Press. 2006. P. 15–59.

46. Cohen E. Size-estimation framework with applications to transitive closure and reachability. *J. Comput. System Sci*. 1997. Vol. 55. P. 441–453.

47. Cohen E. Distance queries from sampled data: Accurate and efficient. *Proc. KDD'14*. 2014. P. 681–690.

48. Cohen M.B., Jayram T.S., Nelson J. Simple analyses of the sparse Johnson-Lindenstrauss transform. *Proc. SOSA'18*. 2018. P. 15:1–5:9.

49. Conte D., Ramel J.Y., Sidere N., Luqman M.M., Gauzere B., Gibert J., Brun L., Vento M. A comparison of explicit and implicit graph embedding methods for pattern recognition. *Proc. GbRPR'13*. 2013. P. 81–90.

50. Cormode G., Garofalakis M., Haas P.J., Jermaine C. Synopses for massive data: Samples, histograms, wavelets, sketches. *Foundations and Trends in Databases*. 2012. Vol. 4, N 1–3. P. 1–294.

51. Cormode G., Indyk P., Koudas N., Muthukrishnan S. Fast mining of massive tabular data via approximate distance computations. *Proc. ICDE'02*. 2002. P. 605–616.

52. Cristianini N., Shawe-Taylor J. An introduction to support vector machines and other kernel-based learning methods. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2000. 204 p.

53. Cui Y., Ahmad S., Hawkins J. The HTM spatial pooler—A neocortical algorithm for online sparse distributed coding. *Front. Comput. Neurosci*. 2017. Vol. 11. P.11.1–11.15.

54. Dahlgaard S., Knudsen M.B.T., Thorup M. Fast similarity sketching. *Proc. FOCS'17*. 2017. P. 663–671.

55. Dasgupta S., Stevens C.F., Navlakha S. A neural algorithm for a fundamental computing problem. *Science*. 2017. Vol. 358, N 6364. P. 793–796.

56. Deza M., Deza E. Encyclopedia of Distances. Berlin, Heidelberg: Springer, 2014. 733 p.

57. Donaldson R., Gupta A., Plan Y., Reimer T. Random mappings designed for commercial search engines. *arXiv:1507.05929*. 21 Jul 2015.

58. Duffield N., Lund C., Thorup M. Priority sampling for estimating arbitrary subset sums. *JACM*. 2007. Vol. 54, N 6. P. 32.1–32.39.

59. Eshghi K., Kafai M. Support Vector Machines with sparse binary high-dimensional feature vectors. HPE-2016-30. 2016.

60. Esseen C.G. On the Liapunov limit of error in the theory of probability. *Arkiv fur Matematik, Astronomi och Fysik*. 1942. Vol. 28A, N 9. P. 1–19.

61. Esseen C.G. A moment inequality with an application to the central limit theorem. *Skandinavisk Aktuarietidskrift*. 1956. Vol. 39. P. 160–170.

62. Fainzilberg L. ECG Averaging based on Hausdorff metric. *International Journal of Biomagnetism*. 2003. Vol. 5, N 1. P. 236–237.

63. Fainzilberg L.S. Restoration of a standard sample of cyclic waveforms with the use of the Hausdorff metric in a phase space. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2003. Vol. 39, N 3. P. 338–344.

64. Fan R.-E., Chang K.-W., Hsieh C.-J., Wang X.-R., Lin C.-J. LIBLINEAR: A library for large linear classification. *Journal of Machine Learning Research*. 2008. Vol. 9. P. 1871–1874.

65. Faruqui M., Dyer C. Non-distributional word vector representations. *Proc. ACL-IJCNLP'15*. 2015. Vol. 2. P. 464–469.

66. Faruqui M., Tsvetkov Y., Yogatam D., Dyer C., Smith N.A. Sparse overcomplete word vector representations. *Proc. ACL-IJCNLP'15*. 2015. Vol. 1. P. 1491–1500.

67. Ferdowsi S., Voloshynovskiy S., Kostadinov D., Holotyak T. Fast content identification in highdimensional feature spaces using sparse ternary codes. *Proc. WIFS'16*. 2016. P. 1–6.

68. Flajolet P., Martin G.N. Probabilistic counting algorithms for data base applications. *J. Comput. System Sci*. 1985. Vol. 31. P. 182–209.

69. Foggia P., Percannella G., Vento M. Graph matching and learning in pattern recognition in the last 10 years. *Int. J. Pattern Recog. Artif. Intell*. 2014. Vol. 28, N 1. P. 1–40.

70. Forbus K.D., Gentner D., Law K. MAC/FAC: A model of similarity-based retrieval. *Cognitive Science*. 1995. Vol. 19, N 2. P. 141–205.

71. Forbus K.D., Ferguson R.W., Lovett A., Gentner D. Extending SME to handle large-scale cognitive modeling. *Cognitive Science*. 2017. Vol. 41, N 5. P. 1152–1201.

72. Frady E.P., Kleyko D., Sommer F.T. A theory of sequence indexing and working memory in recurrent neural networks. *Neural Comput*. 2018. Vol. 30, N. 6. P. 1449–1513.

73. Frolov A. A., Husek D., Rachkovskij D.A. Time of searching for similar binary vectors in associative memory. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2006. Vol. 42, N 5. P. 615–623.

74. Frolov A.A., Rachkovskij D.A., Husek D. On information characteristics of Willshaw-like auto-associative memory. *Neural Network World*. 2002. Vol. 12, N 2. P. 141–158.

75. Gabdullin R.A., Makarenko V.A., Shevtsova I.G. Esseen–Rozovskii type estimates for the rate of convergence in the Lindeberg theorem. *Journal of Mathematical Sciences*. 2018. Vol. 234, N 6. P. 847–885.

76. Gallant S.I., Culliton P. Positional binding with distributed representations. *Proc. ICIVC'16*. 2016. P. 108–113.

77. Gallant S.I., Okaywe T.W. Representing objects, relations, and sequences. *Neural Comput*. 2013. Vol. 25, N 8. P. 2038–2078.

78. Gartner T., Lloyd J., Flach P. Kernels and distances for structured data. *Machine Learning*. 2004.Vol. 57, N 3. P.205–232.

79. Gayler R. Multiplicative binding, representation operators, and analogy. In: Advances in Analogy Research: Integration of Theory and Data from the Cognitive, Computational, and Neural Sciences. Edited by K. Holyoak, D. Gentner, and B. Kokinov. Sofia, Bulgaria: New Bulgarian University, 1998. P. 405.

80. Gibert J., Valveny E., Bunke H. Embedding of graphs with discrete attributes via label frequencies. *Int. J. Patt. Recogn. Artif. Intell*. 2013. Vol. 27, N 3. P. 1–27.

81. Goemans M., Williamson D. Improved approximation algorithms for maximum cut and satisfiability problems using semidefinite programming. *JACM*. 1995. Vol. 42, N 6. P. 1115–1145.

82. Gol'tsev A.D. Structured neural networks with learning for texture segmentation in images. *Cybernetics and Systems Analysis*. 1991. Vol. 27, N 6. P. 927–936.

83. Goltsev A. Secondary learning in the assembly neural network. *Neurocomputing*. 2004. Vol. 62. P. 405–426.

84. Goltsev A.D. Neural networks with assembly organization. Kiev: Naukova Dumka, 2005. 200 p. (in Russian)

85. Goltsev A., Husek D. Some properties of the assembly neural networks. *Neural Network World*. 2002. Vol. 12, N. 1. P. 15–32.

86. Goltsev A., Gritsenko V. Modular neural networks with Hebbian learning rule. *Neurocomputing*. 2009. Vol. 72, N 10–12. P. 2477–2482.

87. Goltsev A.D., Gritsenko V.I. Algorithm of sequential finding the textural features characterizing homogeneous texture segments for the image segmentation task. *Cybernetics and Computer Engineering*. 2013. N 173. P. 25–34. (in Russian)

88. Goltsev A., Gritsenko V. Modular neural networks with radial neural columnar architecture. *Biologically Inspired Cognitive Architectures*. 2015. Vol. 13. P. 63–74.

89. Goltsev A., Gritsenko V., Husek D. Extraction of homogeneous fine-grained texture segments in visual images. *Neural Network World*. 2017. Vol. 27, N 5. P. 447–477.

90. Goltsev A., Gritsenko V., Kussul E., Baidyk T. Finding the texture features characterizing the most homogeneous texture segment in the image. *Proc. IWANN'15*. 2015. P. 287–300.

91. Goltsev A., Wunsch D.C. Inhibitory connections in the assembly network for texture segmentation. *Neural Networks*. 1998. Vol. 11, N 5. P. 951–962.

92. Gong Y., Sanjiv K., Rowley H.A., Lazebnik S. Learning binary codes for highdimensional data using bilinear projections. *Proc. CVPR'13*. 2013. P. 484–491.

93. Gorodnichy D.O., Reznik A.M. Static and dynamic attractors of autoassociative neural networks. *Proc. ICIAP'97*. 1997. P. 238–245.

94. Grauman K., Fergus R. Learning binary hash codes for large-scale image search. In: Machine Learning for Computer Vision. Edited by R. Cipolla, S. Battiato, and G.M. Farinella. Berlin, Heidelberg: Springer, 2013. P. 49–87.

95. Gritsenko V.I., Misuno I.S., Rachkovskij D.A., Revunova E.G., Slipchenko S.V., Sokolov A. Conception and architecture of the software neurocomputer SNC. *Control Systems and Machines*. 2004. N 3. P. 3–14. (in Russian)

96. Gritsenko V.I., Rachkovskij D.A., Frolov A.A., Gayler R., Kleyko D., Osipov E. Neural distributed autoassociative memories: A survey. *Cybernetics and Computer Engineering*. 2017. N 2 (188). P. 5–35.

97. Gritsenko V.I., Rachkovskij D.A., Goltsev A.D., Lukovych V.V., Misuno I.S., Revunova E.G., Slipchenko S.V., Sokolov A.M., Talayev S.A. Neural distributed representation for intelligent information technologies and modeling of thinking. *Cybernetics and Computer Engineering*. 2013. Vol. 173. P. 7–24. (in Russian)

98. Gritsenko V.I., Rachkovskij D.A., Revunova E.G. Neural distributed representation of vector data in intelligent information technologies. *Cybernetics and Computer Engineering*. 2018. N 4 (194). P. 5–27.

99. Hamdioui S. et al. Applications of computation-in-memory architectures based on memristive devices. *Proc. DATE'19*. 2019. P. 486–491.

100. Har-Peled S., Indyk P., Motwani R. Approximate nearest neighbor: Towards removing the curse of dimensionality. *Theory of Computing*. 2012. Vol. 8, N 1. P. 321–350.

101. Hebb D.O. The organization of behavior. New York: Wiley, 1949. 335 p.
102. Heinly J., Dunn E., Frahm J.-M. Comparative evaluation of binary features. *Proc. ECCV'12*. 2012. P. 759–773.
103. Hoeffding W. Probability inequalities for sums of bounded random variables. *Journal of the American Statistical Association*. 1963. Vol. 58, N 301. P. 13–30.
104. Hofmann T., Scholkopf B., Smola A. Kernel methods in machine learning. *Annals of Statistics*. 2008. Vol. 36, N 3. P. 1171–1220.
105. Hu Z., Bodyanskiy Y.V., Tyshchenko O.K., Samitova V.O. Possibilistic fuzzy clustering for categorical data arrays based on frequency prototypes and dissimilarity measures. *International Journal of Intelligent Systems and Applications*. 2017. Vol. 9, N 5. P. 55–61.
106. Hu Z., Bodyanskiy Y.V., Tyshchenko O.K, Tkachov V.M. Fuzzy clustering data arrays with omitted observations. *Int. J. Intelligent Systems and Applications*. 2017. Vol. 9, N 6. P. 24–32.
107. Hubara I., Courbariaux M., Soudry D., El-Yaniv R., Bengio Y. Binarized neural networks. *Proc. NIPS'16*. 2016. P. 4107–4115.
108. Iclanzan D., Szilagyi S.M., Szilagyi L. Evolving computationally efficient hashing for similarity search. *Proc. ICONIP'18*. 2018.
109. Imani M., Morris J., Messerly J., Shu H., Deng Y., Rosing T. Bric: Locality-based encoding for energy-efficient brain-inspired hyperdimensional computing. *Proc. DAC'19*. 2019. P. 52.1–52.6.
110. Imani M., Salamat S., Khaleghi B., Samragh M., Koushanfar F., Rosing T. SparseHD: Algorithm-hardware co-optimization for efficient high-dimensional computing. *Proc. FCCM'19*. 2019. P. 190–198.
111. Indyk P. Algorithmic applications of low-distortion geometric embeddings. *Proc. FOCS'01*. 2001. P. 10–35.
112. Indyk P. Stable distributions, pseudorandom generators, embeddings, and data stream computation. *Journal of the ACM*. 2006. Vol. 53, N 3. P. 307–323.
113. Indyk P. Sketching, Streaming and Sub-linear Space Algorithms. Lecture 3. Massachusetts Institute of Technology. Sep 12, 2007. Scribe: Jelani Nelson http://stellar.mit.edu/S/course/6/fa07/6.895/materials.html
114. Indyk P., Matousek J., Sidiropoulos A. Low-distortion embeddings of finite metric spaces. In: Handbook of Discrete and Computational Geometry. Boca Raton, FL: CRC Press LLC. 2017. P. 211–231.
115. Indyk P., Motwani R. Approximate nearest neighbors: Towards removing the curse of dimensionality. *Proc. STOC'98*. 1998. P. 604–613.
116. Indyk P., Naor A. Nearest-neighbor-preserving embeddings. *ACM Trans. Algorithms*. 2007. Vol. 3, N 3. P. 31.1–31.12.
117. Indyk P., Razenshteyn I., Wagner T. Practical data-dependent metric compression with provable guarantees. *Proc. NIPS'17*. 2017. P. 2614–2623.
118. Jacques L. A quantized Johnson–Lindenstrauss lemma: the finding of Buffon’s needle. *IEEE Trans. Inf. Theory*. 2015. Vol. 61, N 9. P. 5012–5027.

119. Jacques L., Laska J.N., Boufounos P.T., Baraniuk R.G. Robust 1-Bit compressive sensing via binary stable embeddings of sparse vectors. *IEEE Trans. Inf. Theory*. 2013. Vol. 59, N 4. P. 2082–2102.

120. Jagadeesan M. Simple analysis of sparse, sign-consistent JL. *arXiv:1708.02966*. 9 Aug 2017.

121. Jegou H., Douze M., Schmid C. Product quantization for nearest neighbor search. *IEEE Trans. PAMI.* 2011. Vol. 33, N 1. P. 117–128.

122. Jegou H., Perronnin F., Douze M., Sanchez J., Perez P., Schmid C. Aggregating local image descriptors into compact codes. *IEEE TPAMI.* 2012. Vol. 34, N 9. 1704–1716.

123. Johnson W.B., Lindenstrauss J. Extensions of Lipshitz mapping into Hilbert space. *Contemporary Mathematics*. 1984. Vol. 26. P. 189–206.

124. Kane D.M., Nelson J. Sparser Johnson-Lindenstrauss transforms. *Journal of the ACM*. 2014. Vol. 61, N 1. P. 4:1–4:23.

125. Kanerva P. Sparse Distributed Memory. Cambridge, MA: MIT Press, 1988. 155 p.

126. Kanerva P. Binary spatter-coding of ordered k-tuples. *Proc. ICANN'96*. 1996. P. 869–873.

127. Kanerva P. Hyperdimensional computing: An introduction to computing in distributed representation with high-dimensional random vectors. *Cognitive Computation.* 2009. Vol. 1, N 2. P. 139–159.

128. Kanerva P., Kristoferson J., Holst A. Random indexing of text samples for Latent Semantic Analysis. *Proc. of the Annual Meeting of the Cognitive Science Society*. 2000. Vol. 22. P. 1036.

129. Kartashov A., Frolov A., Goltsev A., Folk R. Quality and efficiency of retrieval for Willshaw-like autoassociative networks: III. Willshaw–Potts model. *Network: Computation in Neural Systems*. 1997. Vol. 8, N 1. P. 71–86.

130. Karunaratne G., Le Gallo M., Cherubini G., Benini L., Rahimi A., Sebastian A. In-memory hyperdimensional computing. *arXiv:1906.01548*. 4 Jun 2019.

131. Kasatkina L.M., Kasatkin A.M., Goltsev A.D., Rachkovskij D.A. The implementation of the ideas of academician N.M. Amosov in neural information technologies. *Cybernetics and Computer Engineering*. 2013. Vol. 174. P. 18–29. (in Russian)

132. Kim M., Smaragdis P. Bitwise neural networks. *ICML'15. 2015. Workshop on Resource-Efficient Machine Learning.*

133. Kleyko D., Osipov E. On bidirectional transitions between localist and distributed representations: The case of common substrings search using vector symbolic architecture. *Procedia Computer Science*. 2014. Vol. 41. P. 104–113.

134. Kleyko D., Osipov E.,· Rachkovskij D.A. Modification of holographic graph neuron using sparse distributed representations. *Procedia Computer Science*. 2016. Vol. 88. P. 39–45.

135. Kleyko D., Osipov E., Senior A., Khan A.I., Sekercioglu Y.A. Holographic graph neuron: A bioinspired architecture for pattern processing. *IEEE Trans. Neural Netw. Learn. Syst.* 2017.Vol. 28, N 6. P. 1250–1262.

136. Kleyko D., Rahimi A., Rachkovskij D., Osipov E., Rabaey J. Classification and recall with binary hyperdimensional computing: Tradeoffs in choice of density and mapping characteristics. *IEEE Trans. Neural Netw. Learn. Syst*. 2018. Vol. 29. P. 5880–5898.

137. Knuth D.E. Big omicron and big omega and big theta. *ACM Sigact News*. 1976. Vol. 8, N 2. P. 18–24.

138. Kriege N., Neumann M., Kersting K., Mutzel P. Explicit versus implicit graph feature maps: A computational phase transition for walk kernels. *Proc. ICDM'14*. 2014. P. 881–886.

139. Korolev V., Shevtsova I. An improvement of the Berry-Esseen inequality with applications to Poisson and mixed Poisson random sums. *Scandinavian Actuarial Journal*. 2012. Vol. 2012, N 2. P. 81–105.

140. Kushilevitz E., Nisan N. Communication Complexity. Cambridge: Cambridge University Press, 2006. 208 p.

141. Kussul E., Baidyk T., Kasatkina L., Lukovich V. Rosenblatt perceptrons for handwritten digit recognition. *Proc. IJCNN'01.* Washington, USA. 2001. P. 1516–1521.

142. Kussul E.M., Baidyk T.N., Lukovich V.V., Rachkovskij D.A. Adaptive neural network classifier with multifloat input coding. *Proc. Neuro-Nimes'93*. 1993. P. 209–216.

143. Kussul E.M., Baidyk T.N., Lukovich V.V., Rachkovskij D.A. Adaptive high performance classifier based on random threshold neurons. *Proc. EMCSR'94*. 1994. P. 1687–1694.

144. Kussul E.M., Kasatkina L.M., Rachkovskij D.A., Wunsch D.C. Application of random threshold neural networks for diagnostics of micro machine tool condition. *Proc. IJCNN'98*. 1998. P. 241–244.

145. Kussul E.M., Rachkovskij D.A. Multilevel assembly neural architecture and processing of sequences. In: Neurocomputers and Attention, II: Connectionism and neurocomputers. Manchester and New York: Manchester University Press, 1991. P.577–590.

146. Kussul E.M., Rachkovskij D.A., Baidyk T.N. Associative-projective neural networks: architecture, implementation, applications. *Proc. Neuro-Nimes'91*. 1991. P. 463–476.

147. Kussul E.M., Rachkovskij D.A., Baidyk T.N. On image texture recognition by associative-projective neurocomputer. *Proc. ANNIE'91*. 1991. P. 453–458.

148. Kussul E.M., Rachkovskij D.A., Wunsch D.C. The random subspace coarse coding scheme for real-valued vectors. *Proc. IJCNN'99*. 1999. P. 450–455.

149. Kussul N.N., Kussul M.E. Enhanced algorithm of nearest neighbor method and its application in genetic programming. *Proc. MENDEL'98*. 1998. P. 52–53.

150. Kussul N., Lavreniuk M., Shelestov A., Skakun S. Crop inventory at regional scale in Ukraine: developing in season and end of season crop maps with multi-temporal optical and SAR satellite imagery. *European Journal of Remote Sensing*. 2018. Vol. 51, N 1. P. 627–636.

151. Kussul N., Lemoine G., Gallego F. J., Skakun S. V, Lavreniuk M., Shelestov A. Y. Parcel-based crop classification in Ukraine using Landsat-8 data and Sentinel-1A data. *IEEE J. Sel. Topics Appl. Earth Observ. Remote Sens*. 2016. Vol. 9, N 6. P. 2500–2508.

152. Kussul N.N., Sokolov B.V., Zyelyk Y.I., Zelentsov V.A., Skakun S.V., Shelestov A.Y. Disaster risk assessment based on heterogeneous geospatial information. *J. of Automation and Information Sciences*. 2010. Vol. 42, N 12. P. 32–45.

153. Lee J., Mendel M., Naor A. Metric structures in l_1: Dimension, snowflakes, and average distortion. *European Journal of Combinatorics*. 2005. Vol. 26, N 8. P.1180–1190.

154. Lee J.R., Naor A. Embedding the diamond graph in Lp and dimension reduction in L_1. *Geometric and Functional Analysis*. 2004. Vol. 14, N 4. P. 745–747.

155. Leutenegger S., Chli M., Siegwart R. Brisk: Binary robust invariant scalable keypoints. *Proc. ICCV'11*. 2011. P. 2548–2555.

156. Li P. Very sparse stable random projections, estimators and tail bounds for stable random projections. *Journal of Machine Learning Research*. 2007. Vol. 8. P. 2497–2532.

157. Li P. Very sparse stable random projections for dimension reduction in l_α $(0 < \alpha \leq 2)$ norm. *Proc. KDD'07*. 2007. P.440–449.

158. Li P. Estimators and tail bounds for dimension reduction in l_α $(0 < \alpha \leq 2)$ using stable random projections. *Proc. SODA'08*. 2008. P. 10–19.

159. Li P. Computationally efficient estimators for dimension reductions using stable random projections. *Proc. ICDM'08*. 2008. P. 403–412.

160. Li P., Church K.W. A sketch algorithm for estimating two-way and multi-way associations. *Computational Linguistics*. 2007. Vol. 33, N 3. P. 305–354.

161. Li P., Church K.W., Hastie T.J. Conditional random sampling: A sketch-based sampling technique for sparse data. *Proc. NIPS'06*. 2006. P. 873–880.

162. Li P., Church K.W, Hastie T.J. One sketch for all: Theory and applications of conditional random sampling. *Proc. NIPS'08*. 2008. P. 953–960.

163. Li P., Hastie T.J., Church K.W. Very sparse random projections. *Proc. KDD'06*. 2006. P. 287–296.

164. Li P., Hastie T.J., Church K.W. Improving random projections using marginal information. *Proc. COLT'06*. 2006. P. 635–649.

165. Li P., Konig A.C. Theory and applications of b-bit minwise hashing. *Communications of the ACM*. 2011. Vol. 54, N 8. P. 101–109.

166. Li P., Shrivastava A., Moore J.L., Konig A.C. Hashing algorithms for large-scale learning. *Proc. NIPS'11*. 2011. P. 2672–2680.

167. Lowe D.G. Object recognition from local scale-invariant features. *Proc. ICCV'99*. 1999. P. 1150–1157.

168. Lowe D. Towards a computational model for object recognition in IT cortex. *Proc. BMCV'00*. 2000. P. 20–31.

169. Lowe D. Distinctive image features from scale-invariant keypoints. *IJCV*. 2004. Vol. 60, N 2. P. 91–110.

170. Lukovich V.V., Goltsev A.D., Rachkovskij D.A. Neural network classifiers for micromechanical equipment diagnostics and micromechanical product quality inspection. *Proc. EUFIT'97*. 1997. P. 534–536.

171. Manku G.S., Jain A., Sarma A.D. Detecting near-duplicates for web crawling. *Proc. WWW'07*. 2007. P. 141–150.

172. Matousek J. On variants of the Johnson Lindenstrauss lemma. *Random Structures and Algorithms*. 2008. Vol. 33, N 2. P. 142–156.

173. Matousek J. Lecture notes on metric embeddings. 2013. 126 p.

174. Matousek J., Naor A. Open problems on embeddings of finite metric spaces. 2011. http://students.mimuw.edu.pl/~mk249015/www10/metrop.pdf

175. McMahan H.B., Holt G., Sculley D., Young M., Ebner D., Grady J., Nie L., Phillips T., Davydov E., Golovin D., Chikkerur S., Liu D., Wattenberg M., Hrafnkelsson A.M., Boulos T., Kubica J. Ad click prediction: a view from the trenches. *Proc. KDD'13*. 2013. P. 1222–1230.

176. Miller T.W., Glanz F.H., Kraft L.G. CMAC: an associative neural network alternative to backpropagation. *Proceedings of IEEE*. 1990. Vol. 78, N 10. P. 1561–1567.

177. Min K., Yang L., Wright J., Wu L., Hua X.-S., Ma Y. Compact projection: Simple and efficient near neighbor search with practical memory requirements. *Proc. CVPR'10*. 2010. P. 3477–3484.

178. Misuno I.S., Rachkovskij D.A., Slipchenko S.V. Vector and distributed representations reflecting semantic relatedness of words. *Mathematical machines and systems*. 2005. N 3. P. 50–67. (in Russian)

179. Misuno I.S., Rachkovskij D.A., Slipchenko S.V., Sokolov A.M. Searching for text information with the help of vector representations. *Problems of Programming*. 2005. N 4. P. 50–59. (in Russian)

180. Moody J., Darken C.J. Fast learning in networks of locally-tuned processing units. *Neural Computation*. 1989. Vol. 1, N 2. P. 281–294.

181. Motwani R., Raghavan P. Randomized Algorithms. New York: Cambridge University Press, 1995. 496 p.

182. Nagaev S.V., Chebotarev V.I. On the bound of proximity of the binomial distribution to the normal one. *Doklady Mathematics*. 2011. Vol. 83, N 1. P. 19–21.

183. Nakarmi U., Rahnavard N. BCS: compressive sensing for binary sparse signals. *Proc. MILCOM'12*. 2012. P. 1–5.

184. Ng J.Y.-H., Yang F., Davis L.S. Exploiting local features from deep networks for image retrieval. *Proc. CVPRW'15*. 2015. P. 53–61.

185. Nowicki D., Siegelmann H. Flexible kernel memory. *PLoS ONE*. 2010. 5(6): e10955.

186. Nowicki D., Verga P., Siegelmann H. Modeling Reconsolidation in kernel associative memory. *PLoS ONE*. 2013. 8(8): e68189.

187. Oehlert G.W. A note on the delta method. *The American Statistician*. 1992. Vol. 46, N 1. P. 27–29.

188. Oliva A., Torralba A. Modeling the shape of the scene: a holistic representation of the spatial envelope. *International Journal of Computer Vision*. 2001. Vol. 42, N 3. P. 145–175.

189. Olshausen B.A., Field D.J. Sparse coding of sensory inputs. *Curr. Opin. Neurobiol.* 2004. Vol. 14. P. 481–487.

190. Page M. Connectionist modelling in psychology: A localist manifesto. *Behavioral and Brain Sciences*. 2000. Vol. 23. P. 443–512.

191. Pasunuri R., Venkaiah V.C., Dhariyal B. Ascending and descending order of random projections: comparative analysis of high-dimensional data clustering. *Advances in Intelligent Systems and Computing*. 2019. Vol. 741. P. 133–142.

192. Pavlov D.N., Mannila H., Smyth P. Beyond independence: probabilistic models for query approximation on binary transaction data. *IEEE TKDE.* 2003. Vol. 15, N. 6. P. 1409–1421.

193. Penz P.A. The closeness code: an integer to binary vector transformation suitable for neural network algorithms. *Proc. ICNN'87*. 1987. Vol. III. P. 515–522.

194. Perronnin F., Liu Y., Sanchez J., Poirier H. Large-scale image retrieval with compressed fisher vectors. *Proc. CVPR'10*. 2010. P. 3384–3391.

195. Perronnin F., Sanchez J., Mensink T. Improving the fisher kernel for large-scale image classification. *Proc. ECCV'10*. 2010. P. 143–156.

196. Plate T. Holographic Reduced Representation: Distributed Representation for Cognitive Structures. Stanford: CSLI Publications, 2003. 300 p.

197. Prager R.W. Networks based on Kanerva's sparse distributed memory: results showing their strengths and limitations, and a new algorithm to design the location matching layer. *Proc. ICNN'93*. 1993. P. 1040–1045.

198. Prager R.W., Fallside F. The modified Kanerva model for automatic speech recognition. *Computer Speech and Language*. 1989. Vol. 3, N 1. P. 61–81.

199. Pylieva H., Chernodub A., Grabar N., Hamon T. Improving automatic categorization of technical vs. laymen medical words using fasttext word embeddings. *Proc. IDDM'18*. 2018. P. 93–102.

200. Rachkovskij D.A. Representation and processing of structures with binary sparse distributed codes. *IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering*. 2001. Vol. 13, N 2. P. 261–276.

201. Rachkovskij D.A. Some approaches to analogical mapping with structure sensitive distributed representations. *J. Experimental and Theoretical Artificial Intelligence*. 2004. Vol. 16, N 3. P. 125–145.

202. Rachkovskij D.A. Vector data transformation using random binary matrices. *Cybernetics and Systems Analysis.* 2014. Vol. 50, N 6. P. 960–968.

203. Rachkovskij D.A. Formation of similarity-reflecting binary vectors with random binary projections. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2015. Vol. 51, N 2. P. 313–323.

204. Rachkovskij D.A. Estimation of vectors similarity by their randomized binary projections. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2015. Vol. 51, N 5. P. 808–818.

205. Rachkovskij D.A. Real-valued vectors for fast distance and similarity estimation. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2016. Vol. 52, N 6. P. 967–988.

206. Rachkovskij D.A. Binary vectors for fast distance and similarity estimation. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2017. Vol. 53, N 1. P. 138–156.

207. Rachkovskij D.A. Distance-based index structures for fast similarity search. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2017. Vol. 53, N 4. P. 636–658.

208. Rachkovskij D.A. Index structures for fast similarity search for binary vectors. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2017. Vol. 53, N 5. P. 799–820.

209. Rachkovskij D.A. Index structures for fast similarity search for real-valued vectors. I. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2018. Vol. 54, N 1. P. 152–164.

210. Rachkovskij D.A. Index structures for fast similarity search for real-valued vectors. II. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2018. Vol. 54, N 2. P. 320–335.

211. Rachkovskij D.A., Kussul E.M. Binding and normalization of binary sparse distributed representations by context-dependent thinning. *Neural Computation*. 2001. Vol. 13, N 2. P. 411–452.

212. Rachkovskij D.A., Kussul E.M., Baidyk T.N. Building a world model with structure-sensitive sparse binary distributed representations. *BICA.* 2013. Vol. 3. P. 64–86.

213. Rachkovskij D.A., Misuno I.S., Slipchenko S.V. Randomized projective methods for construction of binary sparse vector representations. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2012. Vol. 48, N 1. P. 146–156.

214. Rachkovskij D.A., Revunova E.G. Intelligent gamma-ray data processing for environmental monitoring. In: Intelligent Data Processing in Global Monitoring for Environment and Security. Kiev-Sofia: ITHEA, 2011. P. 136–157.

215. Rachkovskij D.A., Revunova E.G. Randomized method for solving discrete ill-posed problems. *Cybernetics and Syst. Analysis*. 2012. Vol. 48, N. 4. P. 621–635.

216. Rachkovskij D., Slipchenko S. Similarity-based retrieval with structure-sensitive sparse binary distributed representations. *Computational Intelligence*. 2012. Vol. 28, N 1. P. 106–129.

217. Rachkovskij D.A., Slipchenko S.V., Frolov A. A., Gusek D. Resolution of binary coding of real-valued vectors by hyperrectangular receptive fields. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2005. Vol. 41, N 5. P. 635–646.

218. Rachkovskij D.A., Slipchenko S.V., Kussul E.M., Baidyk T.N. A binding procedure for distributed binary data representations. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2005.Vol. 41, N 3. P. 319–331.

219. Rachkovskij D.A., Slipchenko S.V., Kussul E.M., Baidyk T.N. Properties of numeric codes for the scheme of random subspaces RSC. *Cybernetics and Systems Analysis.* 2005. Vol. 41, N 4. P. 509–520.

220. Rachkovskij D.A., Slipchenko S.V., Kussul E.M., Baidyk T.N. Sparse binary distributed encoding of scalars. *Journal of Automation and Information Sciences*. 2005. Vol. 37, N 6. P. 12–23.

221. Rachkovskij D.A., Slipchenko S.V., Misuno I.S., Kussul E.M., Baidyk T.N. Sparse binary distributed encoding of numeric vectors. *J. of Automation and Inf. Sci*. 2005. Vol. 37, N 11. P. 47–61.

222. Rahimi A., Datta S., Kleyko D., Frady E.P., Olshausen B., Kanerva P., Rabaey J.M. High-dimensional computing as a nanoscalable paradigm. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I*: *Regular Papers*. 2017. Vol. 64, N 9. P. 2508–2521.

223. Rasanen O.J., Saarinen J.P. Sequence prediction with sparse distributed hyperdimensional coding applied to the analysis of mobile phone use patterns. *IEEE Trans. Neural Netw. Learn.* Syst. 2016. Vol. 27, N 9. P. 1878–1889.

224. Rastegari M., Ordonez V., Redmon J., Farhadi A. Xnor-net: Imagenet classification using binary convolutional neural networks. *Proc. ECCV'16*. 2016. P. 525–542.

225. Recchia G., Sahlgren M., Kanerva P., Jones M. Encoding sequential information in semantic space models: Comparing holographic reduced representation and random permutation. *Comput. Intell. Neurosci*. 2015. Vol. 2015:986574. 18 p.

226. Ren S., Cao X., Wei Y., Sun J. Face alignment at 3000 fps via regressing local binary features. *Proc. CVPR'14*. 2014. P. 1685–1692.

227. Revunova E.G. Randomization approach to the reconstruction of signals resulted from indirect measurements. *Proc. ICIM'13*. 2013. P. 203–208.

228. Revunova E.G. Analytical study of the error components for the solution of discrete ill-posed problems using random projections. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2015. Vol. 51, N. 6. P. 978–991.

229. Revunova E.G. Model selection criteria for a linear model to solve discrete ill-posed problems on the basis of singular decomposition and random projection. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2016. Vol. 52, N.4. P. 647–664.

230. Revunova E.G. Averaging over matrices in solving discrete ill-posed problems on the basis of random projection. *Proc. CSIT'17*. 2017. Vol. 1. P. 473–478.

231. Revunova E.G. Solution of the discrete ill-posed problem on the basis of singular value decomposition and random projection. *Advances in Intelligent Systems and Computing II*. Cham: Springer, 2018. P. 434–449.

232. Revunova E.G. Increasing the accuracy of the solution of discrete ill-posed problems by the method of random projections. *Control systems and machines*. 2018. N 1. P. 16–27. (in Ukrainian)

233. Revunova E.G. Improving the accuracy of the solution of discrete ill-posed problem by random projection. *Cybernetics and Systems Analysis*. 2018. Vol. 54, N 5. P. 842–852.

234. Revunova E.G., Rachkovskij D.A. Using randomized algorithms for solving discrete ill-posed problems. *Intern. Journal Information Theories and Applications*. 2009. Vol. 16, N 2. P. 176–192.

235. Revunova E.G., Rachkovskij D.A. Random projection and truncated SVD for estimating direction of arrival in antenna array. *Cybernetics and Computer Engineering*. 2018. N 3(193). P. 5–26.

236. Revunova E.G., Tyshchuk A.V. A model selection criterion for solution of discrete ill-posed problems based on the singular value decomposition. *Proc. IWIM'2015*. 2015. P.43–47.

237. Reznik A.M., Sitchov A.S., Dekhtyarenko O.K., Nowicki D.W. Associative memories with killed neurons: the methods of recovery. *Proc. IJCNN'03*. 2003. P. 2579–2582.

238. Reznik A.M., Shirshov Yu.M., Snopok B.A., Nowicki D.W., Dekhtyarenko A.K., Kruglenko I.V. Associative memories for chemical sensing. *Proc. ICONIP'02*. 2002. P. 2630–2634.

239. Riesen K., Neuhaus M., Bunke H. Graph embedding in vector spaces by means of prototype selection. *Proc. GbRPR'07*. 2007. P. 383–393.

240. Roman S. Advanced Linear Algebra. Berlin, New York: Springer-Verlag, 2005. 498 p.

241. Rosenblatt F. Principles of Neurodynamics. New York: Spartan books. 1962. 616 p.

242. Rosenfeld R., Touretzky D.S. Coarse-coded symbol memories and their properties. *Journal of Complex Systems*. 1988. Vol. 2, N 4. P. 463–484.

243. Rublee E., Rabaud V., Konolige K., Bradski G. Orb: An efficient alternative to SIFT or SURF. *Proc. ICCV'11*. 2011. P. 2564–2571.

244. Salamat S., Imani M., Khaleghi B., Rosing T. F5-hd: Fast flexible fpga-based framework for refreshing hyperdimensional computing. *Proc. FPGA'19*. 2019. P. 53–62.

245. Samet H. Foundations of Multidimensional and Metric Data Structures. San Francisco: Morgan Kaufmann, 2006. 1024 p.

246. Schlesinger M.I., Vodolazskii Y.V., Yakovenko V.M. Recognizing the similarity of polygons in a strengthened Hausdorff metric. *Cybern. Syst. Anal*. 2014. Vol. 50, N 3. P. 476–486.

247. Schlesinger M.I., Vodolazskiy E.V., Yakovenko V.M. Frechet similarity of closed polygonal curves. *Intern. J. of Computational Geometry & Applications*. 2016. Vol. 26, N 1. P. 53–66.

248. Schmuck M., Benini L., Rahimi A. Hardware optimizations of dense binary hyperdimensional computing: Rematerialization of hypervectors, binarized bundling, and combinational associative memory. *ACM Journal on Emerging Technologies in Computing Systems*. 2019.

249. Scholkopf B., Smola A.J. Learning With Kernels, Support Vector Machines, Regularization, Optimization, and Beyond. MIT Press, 2001. 648 p.

250. Shervashidze N., Vishwanathan S.V.N., Petri T., Mehlhorn K., Borgwardt K. Efficient graphlet kernels for large graph comparison. *JMLR: W&CP*. 2009. Vol. 5. P. 488–495.

251. Shevtsova I.G. On the absolute constants in the Berry–Esseen inequality and its structural and nonuniform improvements. *Inform. Primen*. 2013. Vol. 7, N 1. P. 124–125.

252. Shevtsova I.G. On the absolute constants in the Berry–Esseen-type inequalities. *Doklady Mathematics*. 2014. Vol. 89, N 3. P. 378–381.

253. Shrivastava A., Li P. In defense of MinHash over SimHash. *Proc. AISTATS'14*. 2014. P. 886–894.

254. Shrivastava A., Li P. Asymmetric minwise hashing for indexing binary inner products and set containment. *Proc. WWW'15*. 2015. P. 981–991.

255. Sivic J., Zisserman A. Video Google: A text retrieval approach to object matching in videos. *Proc. ICCV'03*. 2003. P. 1470–1477.

256. Slipchenko S.V., Misuno I.S., Rachkovskij D.A. Properties of coarse coding with random hyperrectangle receptive fields. *Mathematical machines and systems*. 2005. N 4. P. 15–29. (in Russian)

257. Slipchenko S.V., Rachkovskij D.A. Analogical mapping using similarity of binary distributed representations. *Int. J. Information Theories and Applications*. 2009. Vol. 16, N 3. P. 269–290.

258. Slipchenko S.V., Rachkovskij D.A., Misuno I.S. Decoding binary distributed representations of numerical vectors. *Computer Mathematics*. 2005. N 3. P. 108–120. (in Russian)

259. Sokolov A. Vector representations for efficient comparison and search for similar strings. *Cybernetics and System Analysis*. 2007. Vol. 43, N 4. P.484–498.

260. Sokolov A., Rachkovskij D. Approaches to sequence similarity representation. *J. Information Theories and Applications*. 2005. Vol.13, N 3. P. 272–278.

261. Stanford P.H., Smith D.J. The multidimensional scatter code: a data fusion technique with exponential capacity. *Proc. ICNN'94*. 1994. Vol. II. P. 1432–1435.

262. Steinwart I., Christmann A. Support Vector Machines. New York: Springer, 2008. 601 p.

263. Sun F., Guo J., Lan Y., Xu J., Cheng X. Sparse word embeddings using l1 regularized online learning. *Proc. IJCAI'16*. 2016. P. 2915–2921.

264. Tang W., Hua G., Wang L. How to train a compact binary neural network with high accuracy? *Proc. AAAI'17*. 2017. P. 2625–2631.

265. Thorpe S. Localized versus distributed representations. In: The Handbook of Brain Theory and Neural Networks. Edited by M. A. Arbib. Cambridge, MA: The MIT Press, 2003. P. 643–646.

266. Tong S. Lessons learned developing a practical large scale machine learning system. 2010. https://research.googleblog.com/2010/04/lessonslearned-developing-practical.html

267. Tropp J.A. An introduction to matrix concentration inequalities. *Foundations and Trends in Machine Learning*. 2015. Vol. 8, N 1-2. P. 1–230.

268. Tyurin I.S. A refinement of the remainder in the Lyapunov theorem. *Theory of Probab. and its Applications*. 2012. Vol. 56, N 4. P. 693–696.

269. Uchaikin V.V., Zolotarev V.M. Chance and Stability. Stable Distributions and their Applications. VSP, 1999. 596 p.

270. Vempala S.S. The Random Projection Method. American Math. Soc., 2004. 105 p.

271. Uchida Y. Local feature detectors, descriptors, and image representations: a survey. *arXiv:1607.08368*. 28 Jul 2016.

272. Walck C. Hand-book on statistical distributions for experimentalists. Internal Report SUF-PFY/96-01 (last modifcation 10 Sept. 2007). Fysikum University of Stockholm, Particle Physics Group, 2007. 190 p.

273. Wang D., Zhou Q., Hussain A. Deep and sparse learning in speech and language processing: an overview. *Proc. BICS'16*. 2016: P. 171–183.

274. Wang J., Liu W., Kumar S., Chang S.-F. Learning to hash for indexing big data: A survey. *Proceedings of the IEEE*. 2016. Vol. 104, N 1. P. 34–57.

275. Wang J., Shen H.T., Song J., Ji J. Hashing for similarity search: A survey. *arXiv:1408.2927*. 13 Aug 2014.

276. Wang J., Zhang T., Song J., Sebe N., Shen H.T. A survey on learning to hash. *IEEE trans. PAMI*. 2018. Vol. 40, N 4. P. 769–790.

277. Wei Y., Xie P., Zhang L. Tikhonov regularization and randomized GSVD. *SIAM J. Matrix Anal. Appl*. 2016. Vol. 37, N 2. P. 649–675.

278. Weinberger K., Dasgupta A., Langford J., Smola A., Attenberg J. Feature hashing for large scale multitask learning. *Proc. ICML'09*. 2009. P. 1113–1120.

279. Woodruff D.P. Sketching as a tool for numerical linear algebra. *Foundations and Trends in Theoretical Computer Science*. 2014. Vol. 10, N 1–2. P. 1–157.

280. Wu T.F., Li H., Huang P.-C., Rahimi A., Hills G., Hodson B., Hwang W., Rabaey J.M., Wong H.-S.P., Shulaker M.M., Mitra S. Hyperdimensional computing exploiting carbon nanotube fets, resistive ram, and their monolithic 3d integration. *IEEE Journal of Solid-State Circuits*. 2018. Vol. 53, N 11. P. 3183–3196.

281. Xia Y., He K., Kohli P., Sun J. Sparse projections for high-dimensional binary codes. *Proc. CVPR'15*. 2015. P. 3332–3339.

282. Xiang H., Zou J. Regularization with randomized SVD for large-scale discrete inverse problems. *Inverse Problems*. 2013. Vol. 29, N 8: 085008. P. 1–21.

283. Xiang H., Zou J. Randomized algorithms for large-scale inverse problems with general Tikhonov regularizations. *Inverse Problems*. 2015. Vol. 31, N 8: 085008. P. 1–24.

284. Yi X., Caramanis C., Price E. Binary embedding: Fundamental limits and fast algorithm. *JMLR: W&CP*. 2015. Vol. 37. P. 2162–2170.

285. Yu F.X., Bhaskara A., Kumar S., Gong Y., Chang S.-F. On binary embedding using circulant matrices. *Journal of Machine Learning Research*. 2018. Vol. 18(150). P. 1–30.

286. Yu F.X., Kumar S., Gong Y., Chang S.-F. Circulant binary embedding. *Proc. ICML'14*. 2014. P. 946–954.

287. Zaychenko Y., Bodyanskiy Y., Tyshchenko O., Boiko O., Hamidov G. Hybrid GMDH-neuro-fuzzy system and its training scheme. *International Journal of Information Theories and Applications*. 2018. Vol. 25, N 1. P. 18–33.

288. Zhang H., Zhang Q. Embedjoin: Efficient edit similarity joins via embeddings. *Proc. KDD'17*. 2017. P. 585–594.

289. Zhang L., Wei Y. Randomized core reduction for discrete ill-posed problem. *arXiv:1808.02654*. 8 Aug 2018.

290. Zhang X., Yu F.X., Guo R., Kumar S., Wang S., Chang S.-F. Fast orthogonal projection based on Kronecker product. *Proc. ICCV'15*. 2015. P. 2929–2937.

291. Zhora D.V. Financial forecasting using random subspace classifier. *Proc. IJCNN'04*. 2004. Vol. 4. P. 2735–2740.

292. Zhora D. Evaluating performance of random subspace classifier on ELENA classification database. *Proc. ICANN'05*. 2005. P. 343–349.

293. Zolotarev V.M. One-dimensional Stable Distributions. Translations of Mathematical Monographs. Vol. 65. American Mathematical Society, 1986. 284 p.

294. Zolotukhin A., Nagaev S., Chebotarev V. On a bound of the absolute constant in the Berry–Esseen inequality for i.i.d. Bernoulli random variables. *Modern Stochastics: Theory and Applications*. 2018. Vol. 5, N 3. P. 385–410.

295. Амосов Н.М., Байдык Т.Н., Гольцев А.Д., Касаткин А.М., Касаткина Л.М., Куссуль Э.М., Рачковский Д.А. Нейрокомпьютеры и интеллектуальные роботы. Киев: Наукова думка, 1991. 272 с.

296. Амосов Н.М., Касаткин А.М., Касаткина Л.М., Талаев С.А. Автоматы и разумное поведение. Киев: Наукова думка, 1973. 374 с.

297. Антомонов М.Ю. Математическая обработка и анализ медико-биологических данных. 2-е изд. Киев: МИЦ «Мединформ», 2018. 558 с.

298. Байдык Т.Н. Нейронные сети и задачи искусственного интеллекта. Киев: Наукова думка, 2001. 263 с.

299. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. М.: Наука, 1969. 576 с.

300. Гольцев А.Д., Гриценко В.И. Нейросетевые технологии в задаче распознавания рукописных символов. *Управляющие системы и машины*. 2018. N 4. С. 3–20.

301. Гриценко В.І., Рачковський Д.А., Ревунова О.Г. Спосіб визначення фізичних величин за результатами їх непрямих вимірювань. Патент 100288 Україна, МПК G06F 17/00, G06F 17/16 № a 2011 01844 заявл. 17.02.2011; опубл. 10.12.2012, Бюл. №23.

302. Згуровский М.З., Бидюк П.И., Терентьев А.Н. Методы построения байесовских сетей на основе оценочных функций. *Кибернетика и системный анализ*. 2008. N 2. С. 81–88.

303. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1984. 832 с.

304. Куссуль Э.М. Ассоциативные нейроподобные структуры. Киев: Наукова думка, 1992. 144 с.

305. Рачковський Д.А., Гриценко В.І. Спосіб та система перетворення векторних даних. Патент 102980 Україна, МПК G06F 17/14. № а 2012 12937 заявл. 14.11.2012; опубл. 27.08.2013, Бюл. №16.

306. Рачковський Д.А., Гриценко В.І. Розподілене подання векторних даних на основі випадкових проекцій. Київ: Інтерсервіс, 2018. 216 с.

307. Рачковський Д.А., Гриценко В.І., Місуно І.С., Сліпченко С.В. Спосіб перетворення масиву векторних даних і комп'ютерна система для його реалізації. Патент 104674 Україна, МПК G06F 17/14. № а 2012 12692 заявл. 04.11.2012; опубл. 25.02.2014, Бюл. №4.

308. Рачковский Д.А., Слипченко С.В., Мисуно И.С. Ядра Мерсера для кодирования числовых векторов случайными гиперпрямоугольными рецептивными полями в задачах классификации. *Proc. ICNC'09*. 2009. Vol. 2. P. 150–153.

309. Рачковский Д.А., Слипченко С.В., Мисуно И.С. Интеллектуальная обработка данных протеомики для прогнозирования чувствительности глиомы к химиотерапии. *Кибернетика и вычислительная техника*. 2010. Вып. 161. С. 90–105.

Contents